2019—2020学年度第二学期高三年级期中考试

数学（理科）试卷

命题人：徐丹 审核人：康彦华

第Ⅰ卷（选择题 共60分）

一、选择题（每小题5分，共60分。下列每小题所给选项只有一项符合题意，请将正确答案的序号填涂在答题卡上）

1.集合，，则

A. B. C. D.

2.（其中i是虚数单位），则复数*z*的共轭复数在复平面内对应的点位于

A.第一象限 B.第二象限 C.第三象限 D.第四象限

3.已知，，，则*a*，*b*，*c*的大小关系为

A. B. C. D.

4.已知直线*a*，*b*与平面*α*，*β*，且，，则是的

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件

C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

5.“仁义礼智信”为儒家“五常”，由孔子提出“仁、义、礼”，孟子延伸生为“仁、义、礼、智”，董仲舒扩充为“仁、义、礼、智、信”，将“仁义礼智信”排成一排，“仁”排在第一位，且“智信”相邻的概率为

A. B. C. D

6.有六名同学参加演讲比赛，编号分别为1，2，3，4，5，6，比赛结果设特等奖一名，*A*，*B*，*C*，*D*四名同学对于谁获得特等奖进行预测.

*A*说：不是1号就是2号获得特等奖；

*B*说：3号不可能获得特等奖；

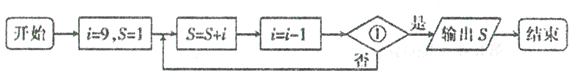
*C*说：4，5，6号不可能获得特等奖；

*D*说：能获得特等奖的是4，5，6号中的一个.

公布的比赛结果表明，*A*，*B*，*C*，*D*中只有一个判断正确.根据以上信息，获得特等奖同学的编号是

A.1 B.2 C.3 D.4，5，6号中的一个

7.如图所示的程序框图，当其运行结果为31时，则图中判断框①处应填入的是（ ）



A. B. C. D.

8.《九章算术》第三章“衰分”介绍比例分配问题，“衰分”是按比例递减分配的意思，通常称递减的比例为“衰分比”如：已知*A*，*B*，*C*三人分配奖金的衰分比为20%，若*A*分得奖金1000元，则*B*，*C*所分得奖金分别为800元和640元.某科研所四位技术人员甲、乙、丙、丁攻关成功，共获得单位奖励68780元，若甲、乙、丙、丁按照一定的“衰分比”分配奖金，且甲与丙共获得奖金36200元，则“衰分比”与丁所获得的奖金分别为

A.20%，14580元 B.10%，14580元

C.20%，10800元 D.10%，10800元

9.已知函数，那么下列命题中假命题是

A.是偶函数 B.在上恰有一个零点

C.是周期函数 D.在上是增函数

10.已知函数，若存在唯一的正整数，使得，则*m*的取值范围为

A. B. C. D.

11.已知平面单位向量，的夹角为60°，向量满足，若对任意的，记的最小值为*M*，则*M*的最大值为

A. B. C. D.

12.已知椭圆*C*：的左右顶点分别为，，上顶点为*B*，双曲线*E*：（，）的左顶点与椭圆*C*的左顶点重合，点*P*是双曲线在第一象限内的点，且满足（），，则双曲线*E*离心率为

A. B. C. D.

第Ⅱ卷（共90分）

二、填空题：（本大题共4小题，每题5分，共20分）

13.新冠病毒蔓延全球，形势严峻，中国抗疫取得阶段性成效.各国医务人员急需新冠肺炎COVID-19诊治的科学方案和有效经验。复旦大学附属中山医院的呼吸科主任宋元林教授团队通过研究，于4月1日首次揭示COVID-19患者发生急性呼吸窘迫综合征（ARDS）和从ARDS进展至死亡的危险因素，并首次提出已发生ARDS的COVID-19患者使用甲强龙可能获益的观点。为了了解甲强龙的指标数据*y*与百分比浓度*p*之间的关系，随机统计了某5次实验的相关数据，并制作了对照表如下：

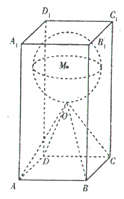
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 百分比浓度*p* | 6 | 10 | 14 | 18 | 22 |
| 指标数据*y* | 62 | *m* | 44 | 28 | 14 |

由表中数据求得回归直线方程为，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.已知数列的前*n*项和为，满足（），设，则数列的前2020项和\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15.在日常生活中，石子是我们经常见到的材料，比如在各种建筑工地或者建材市场上常常能看到堆积如山的石子，它的主要成分是碳酸钙.某雕刻师计划在底面边长为2m、高为4m的正四棱柱形的石料中，雕出一个四棱锥和球*M*的组合体，其中*O*为正四棱柱的中心，当球的半径*r*取最大值时，该雕刻师需去除的石料约重\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_kg.

（最后结果保留整数。其中，石料的密度，质量）



16.已知函数，当\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_时（从①②③④中选出一个作为条件），函数有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.（从⑤⑥⑦⑧中选出相应的作为结论，只填出一组即可）

① ② ③， ④，或

⑤4个极小值点 ⑥1个极小值点 ⑦6个零点 ⑧4个零点

三、解答题：（本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。）

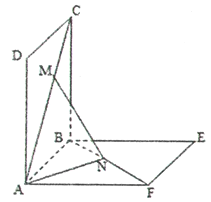
17.（12分）试研究，一个三角形能否同时具有以下两个性质：

（1）三边是连续的三个自然数；

（2）最大角是最小角的2倍.

若能，请求出这个三角形的三边以及最大角的余弦值；若不能，请说明理由。

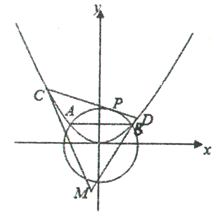
18.（12分）如图，正方形、的边长都是1，而且平面、互相垂直.点*M*在上移动，点*N*在上移动，若（）.



（1）当*a*为何值时，的长最小；

（2）当长最小时，求面与面所成的二面角*α*的余弦值.

19.（12分）如图，已知抛物线*E*：（）与圆*O*：相交于*A*，*B*两点，且.过劣弧上的动点作圆*O*的切线交抛物线*E*于*C*，*D*两点，分别以*C*，*D*为切点作抛物线*E*的切线，，相交于点*M*.



（1）求抛物线*E*的方程；

（2）求点*M*到直线距离的最大值.

20.（12分）已知函数.

（1）函数在区间（）上有零点，求*k*的值；

（2）若不等式对任意正实数*x*恒成立，求正整数*m*的取值集合.

21.（12分）

在庆祝新中国成立七十周年群众游行中，中国女排压轴出场，乘坐“祖国万岁”彩车亮相国庆游行，“女排精神”燃爆中国.某排球俱乐部为让广大排球爱好者体验排球的训练活动，设置了一个“投骰子50米折返跑”的互动小游戏，游戏规则：参与者先进行一次50米的折返跑，从第二次开始，参与者都需要抛掷两枚质地均匀的骰子，用点数决定接下来折返跑的次数，若抛掷两枚骰子所得的点数之和能被3整除，则参与者只需进行一次折返跑，若点数之和不能被3整除，则参与者需要连续进行两次折返跑.记参与者需要做*n*个折返跑的概率为.

（1）求，，.

（2）证明是一个等比数列.

（3）求，若预测参与者需要做折返跑的次数，你猜奇数还是偶数？试说明你的理由.

请考生在第（22）、（23）题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分，做答时请写清题号。

22.（10分）选修4-4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中，：（*t*为参数），以坐标原点为极点，*x*轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线：，射线*l*：（）.

（1）求的横，纵坐标的取值范围，并将化为极坐标方程；

（2）若与*y*轴的交点为*P*（异于原点），射线*l*与，，分别交于*A*，*B*两点，求的面积.

23.（10分）选修4-5：不等式选讲

已知函数

（1）求的最小值；

（2）已知，若不等式恒成立，求实数*x*的取值范围.

理科数学期中答案

一、选择题

1.【解析】由题得，，根据并集的定义知：，故选：C.

2.【解析】由，得，.∴复数*z*的共轭复数在复平面内对应的点的坐标为，位于第四象限，故选D.

3【解析】，，

∴.故选：B.

4.【解析】因为，，所以.若，则；反之，若，则或.所以是的必要不充分条件.故选B.

5.【解析】“仁义礼智信”排成一排，任意排有种排法.其中“仁”排在第一位，且“智信”相邻的排法有种排法，故概率.故选：A.

6.【解析】因为*C*，*D*互相否定，故Ｃ，*D*中一人猜对，假设*D*对，则*B*也对与题干矛盾，故*D*错，猜对者一定是*C*，于是*B*一定猜错，*A*也错，则获得特等奖的是：3号同学.故选：C.

7.【解析】由题可知，程序框图的运行结果为31，当时，；当时，；当时，；当时，；当时，.此时输出.故选：C.

8.【解析】设“衰分比”为*q*，甲获得的奖金为*a*，

则.

，解得，，故.故选：B.

9.【解析】对于A，函数.，定义域为*R*，

且满足，所以为定义域*R*上的偶函数，A正确；

对于B，时，，，

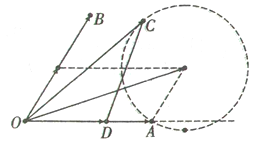
且，在上恰有一个零点是，B正确；

对于C，根据正弦、余弦函数的周期性知，函数是最小正周期为2元的周期函数，C正确；

对于D，时，，且，在上先减后增，D错误.故选D.

10.【解析】由题意设，，∴在，递减，在上递增，且，.∵存在唯一的正整数，使得，即.∴由图得，则，即，解得，∴*m*的取值范围是，故选C.

11.【解析】



由推出，所以，如图，终点的轨迹是以为半径的圆，设，，，，所以表示的距离，显然当时最小，*M*的最大值为圆心到的距离加半径，即，故选：A

12.【解析】解法一 由椭圆方程可知，左顶点，上顶点，由双曲线*E*的左顶点与椭圆的左顶点重合，得，.在中，，易知，，由余弦定理得，得.易知，所以.设点*P*的坐标为，则，得，解得，代入双曲线*E*的标准方程，得，得，从而，，所以双曲线*E*的离心率，故选D.

二、填空题

13.【解析】百分比浓度的平均数，指标数据的平均数.由样本点的中心在回归直线上，可得，解得.

14.当时，；

当时，.

适合，所以，对任意的，.

∵，

因此，.

故答案为：.

15.【解析】依题意知，正四棱柱的体积.四棱锥的底面为正方形，高，所以其体积.球*M*的半径*r*最大为1，此时其体积.故该雕刻师需去除的石料的体积.又，所以该雕刻师需去除的石料的质量为.

16.①⑥、②⑤、③⑦、④⑧均可

三、解答题

17.设三角形的三边分别为，*n*，，对应的角分别为*A*.*B*.*C*，

则，由题意可得，

由正弦定理可得

，∴

又由余弦定理可得

，

∴，化简可得，解得.

∴三角形的三边分别为4，5，6，

∴三角形的最大边所对角的余弦值

18解：（1）作交于点*P*，

交于点*Q*，连接，依题意可得，且，

即是平行四边形

∴. 由已知，，，

∴，

即

∴



（）

由（1）

所以，当时，

即*M*，*N*分别移动到，的中点时，

（2）取的中点*G*，连接、，

∵，，∴，，

∴即为二面角*α*的平面角.

又，

所以由余弦定理有.

19.解；（Ⅰ）由，且*B*在圆上，由抛物线的和圆的对称性可得，

代入抛物线可得，解得，

∴抛物线*E*的方程为；

（Ⅱ）设，，

由，可得，

∴，

则的方程为：，即，①，

同理的方程为：，②，

联立①②解得，，

又与圆切于点，

易得方程为，其中，满足，，

联立，化简得，

∴，，

设，则，，

∴点*M*到直线距离为，

易知*d*关于单调递减，，

即点*M*到直线距离的最大值为.

20.解：（1）令，得，

当时，，函数单调递减；

当时，，函数单调递增，

所以的极小值为，又，

∴在区间上存在一个零点，此时；

∴，，

∴在区间上存在一个零点，此时.

综上，*k*的值为0或3；

（2）当时，不等式为.显然恒成立，此时；

当时，不等式可化为，

令，则，

由（1）可知，函数在上单调递减，且存在一个零点，

此时，即，

当时，，即，函数单调递增；

当时，，即，函数单调递减.

∴有极大值即最大值为，

于是.

当时，不等式可化为，

由（2）可知，函数在上单调递增，且存在一个零点，同理可得.

综上可知.

又，，∴正整数*m*的取值集合为.

21.解：（1）由题意可知，第一次50米折返跑都必须跑，所以.（1分）

第二次折返跑前，已经跑了一个折返跑，

两枚骰子的点数之和能被3整除的概率，

则两枚骰子的点数之和不能被3整除的概率为.（2分）

故参与者需要做两个折返跑（第二次训练只做一个折返跑）的概率为.（3分）

参与者需要做3个折返跑时应考虑两个方面：

①第二次做两个折返跑，其概率为，

②第二次与第三次各做一个折返跑，其概率为.

故.（4分）

（2）需要做*n*（）个折返跑时有两种情况：

做完第个折返跑（概率为）后，再做一个（即两个骰子点数之和能被3整除），其概率为，

由相互独立事件的概率公式可得，这种情况做*n*个折返跑的概率为；（5分）

做完第个折返跑（概率为）后，再做两个（即两个骰子点数之和不能被3整除），其概率为，

由相互独立事件的概率公式可得，这种情况做*n*个折返跑的概率为.（6分）

由互斥事件的概率加法公式可得（）.

又，

所以是一个首项为，公比的等比数列.（8分）

（3）由（1）及（2）知（），.（9分）

故.

……

，

以上各式累加可得（）

（10分）

显然，时上式也成立.